

Matematik B – toårigt hf, august 2021**1. Identitet og formål****1.1. Identitet**

Matematik omhandler menneskers udvikling af generelle teorier om abstrakte strukturer med udgangspunkt i antal, form og forandring, inspireret af observationer i natur, samfund eller matematikken selv.

Matematik tilvejebringer et universelt sprog, begrebsapparat og metodesæt, der er uundværligt i beskrivelse og analyse af sammenhænge og struktur i naturvidenskab, teknologi, samfundsvidenskab og kultur. Faget er et dynamisk, kumulativt og deduktivt fag i stadig udvikling fra oldtiden til i dag, båret af menneskelig nysgerrighed og kreativitet, ofte i en vekselvirkning mellem anvendelse og teoribygning.

1.2. Formål

Faget matematik på B-niveau giver eleverne indsigt i et matematisk sprog, begreber, teorier og metoder, der bidrager til deres almindelse, og som kan være grundlag for videre uddannelse inden for professioner, hvor matematik anvendes. Elevernes arbejde med matematik medvirker til at udbygge deres grundlag for at deltage aktivt i et demokratisk samfund.

Gennem arbejdet med faget opnår eleverne kompetencer i matematik, så de kan formulere, gennemføre og formidle matematiske ræsonnementer samt beskrive fagets deduktive og kumulative opbygning. Eleverne bliver i stand til at formulere og behandle matematiske problemstillinger i relation til deres omverden, andre fag og faget selv. Endelig får de kendskab til et udvalg af matematiske modeller som middel til at beskrive fænomener inden for naturvidenskab, teknologi og samfundsvidenskab.

2. Faglige mål og fagligt indhold**2.1. Faglige mål**

Eleverne skal kunne

- redegøre for grundlæggende matematiske begreber, teorier og metoder samt anvende dem i problemløsning og modellering
- følge og gennemføre matematiske ræsonnementer og udvalgte beviser og derigennem beskrive opbygningen af matematisk teori
- forstå og anvende matematisk symbol- og formelsprog
- formidle emner med et matematikfagligt indhold mundtligt og skriftligt til en valgt målgruppe
- vælge, benytte og oversætte mellem repræsentationer af matematiske objekter
- benytte matematik som middel til at formulere og løse problemer inden for faget selv, andre fagområder og i relation til omverdenen
- vælge og anvende digitale værktøjer til symbolbehandling, modellering og matematisk problemløsning
- opstille, bearbejde og fortolke matematiske modeller til beskrivelse af fænomener inden for forskellige fagområder samt diskutere modellens anvendelse og rækkevidde
- selvstændigt sætte sig ind i et emneområde og anvende tilhørende begreber, teori og metoder i problemløsning
- perspektivere matematik gennem eksempler med udgangspunkt i matematikkens historie eller inddragelse af aspekter af videnskab, samfund eller kultur
- undersøge problemstillinger og udvikle og vurdere løsninger, hvor fagets viden og metoder anvendes
- demonstrere viden om fagets identitet og metoder.

2.2. Kernestof

Gennem arbejde med kernestoffet skal eleverne opnå faglig viden og kundskaber, der sætter dem i stand til at arbejde med matematiske problemstillinger og anvende faget i uddannelsen og ved videre uddannelse.

Kernestoffet er:

Tal og algebra

- Tallene: Hele, rationale og reelle tal. Regningsarternes hierarki. Simpel algebraisk manipulation. Potens og rod. Ligefrem og omvendt proportionalitet
- Ligninger: Ligningsløsning med algebraiske, grafiske og digitale metoder

- Procent- og rentesregning. Relativ ændring, renteformlen, indekstal.

Geometri og trigonometri

- Trigonometri: Trekanter, herunder ensvinklede og retvinklede trekanter. Pythagoras' sætning. De trigonometriske størrelser \sin , \cos og \tan anvendt på retvinklede trekanter. Sinus- og cosinusrelationerne. Beregninger af areal, sider og vinkler i vilkårlige trekanter. Konstruktion af vilkårlige trekanter i et dynamisk geometriprogram
- Analytisk plangeometri: Det retvinklede koordinatsystem, punkter, afstand mellem to punkter. Linjens ligning, herunder topunktformlen for hældningskoefficient, skæring mellem linjer, ortogonale linjer, afstand fra punkt til linje. Cirklen og cirkelns ligning. Skæring mellem cirkel og linje, tangent til cirkel.

Funktioner og infinitesimalregning

- Funktioner: Funktionsbegrebet, karakteristiske egenskaber ved følgende funktioner: lineære funktioner, polynomier, eksponential- og potensfunktioner. Grundlæggende egenskaber ved 10-tals-logaritmen og den naturlige logaritmefunktion
- Differentialregning: Definition og fortolkninger af differentialkvotient og afledet funktion, differentiation af de ovennævnte funktioner samt regneregler for differentiation af konstant gange funktion samt sum og differens af funktioner
- Monotoni: Monotoniforhold, ekstrema og optimering, herunder sammenhæng mellem disse begreber og differentialkvotient
- Modellering: Matematisk modellering med anvendelse af ovennævnte funktioner. Regression, residualplot.

Sandsynlighedsregning og statistik

- Deskriptiv statistik: Beskrivelse og grafisk repræsentation af ugrupperet og grupperet datamateriale, simple statistiske deskriptorer
- Sandsynlighedsregning: Sandsynlighedsfelt, særligt symmetrisk sandsynlighedsfelt. Kombinatorik. Stokastisk variabel. Binomialfordelingen, herunder beregning af sandsynligheder knyttet til binomialfordelingen samt middelværdi og spredning
- Statistik: Hypotesetest i binomialfordelingen, herunder nulhypotese og alternativ hypotese, kritisk område og acceptområde samt signifikansniveau.

Særligt studeret emne

- Emnet udmeldes ved starten af skoleåret.

2.3. Supplerende stof

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof, der udfylder ca. 10 pct af undervisningstiden, skal udvide kernestoffet og indeholde nye emner eller metoder og perspektivere kernestoffet.

2.4. Omfang

Det forventede omfang af fagligt stof er normalt svarende til 300-500 sider.

3. Tilrettelæggelse

3.1. Didaktiske principper

Undervisningen i matematik tilrettelægges, så målene med de enkelte forløb er tydelige for eleverne, og så eleverne motiveres til at arbejde med faget samtidig med, at deres nysgerrighed og kreativitet stimuleres. Hovedvægten lægges i matematik B på brug af matematik som middel til at beskrive og forstå matematiske sammenhænge, hvor dele af eksempelmaterialet hentes fra matematik, andre fag eller elevernes omverden. I matematik B skal eleverne inden for alle hovedområder møde eksempler på, hvordan faglige påstande og sætninger underbygges med bevis eller anden form for sammenhængende argumentation, så de får indsigt i matematikens kumulative opbygning.

Der skal sikres progression i kravene til elevernes selvstændighed mht. argumentation, problemløsning og modellering samt i den faglige fordybelse, herunder i arbejdet med at læse, bearbejde og formidle matematisk tekst.

Problemløsning er centralt i arbejdet i matematik og skal indgå såvel i undervisningen som i elevernes selvstændige fordybelse i faget. Arbejdet med problemløsning skal tilrettelægges med progression under hensyn til konsolidering af elevernes færdigheder i alle kernestofområder.

Eleverne skal møde eksempler på en undersøgende tilgang til matematiske problemstillinger og modeller, herunder med brug af digitale værktøjer, så de får mulighed for selvstændigt at formulere og undersøge formodninger.

Modellering skal indgå som en væsentlig del af undervisningen i alle emneområder.

Digitale værktøjer, herunder CAS-værktøjer, skal indgå i elevernes arbejde med kernestofområder, hvor det er relevant som værktøj til udvikling af begrebsforståelsen samt til modellering, problemløsning og formidling.

3.2. Arbejdsformer

Undervisningen skal tilrettelægges, så der er variation og progression i de benyttede arbejdsformer under hensyntagen til de mål, der ønskes nået med de enkelte forløb.

Der skal indgå såvel mundtlige som skriftlige arbejdsformer i den daglige undervisning, som gør det muligt for den enkelte elev at udvikle kompetence til, individuelt og i samarbejde med andre, at tilegne sig matematisk indsigt.

Den skriftlige dimension skal medvirke til at sikre fordybelse i faget og omfatte problemløsning, arbejde med matematiske modeller og formidling af matematikfaglig indsigt. Det skriftlige arbejde tilrettelægges med variation i formen, og så der er progression og sammenhæng med skriftligt arbejde i de øvrige fag, eleven har. Progressionen omfatter såvel fordybelsesgraden som kravene til elevernes selvstændige indsats.

Eleverne skal arbejde med mundtlig kommunikation om matematiske emner med særligt henblik på matematisk argumentation og formidling.

Der skal tilrettelægges mindst et forløb, hvor eleverne i mindre grupper arbejder med åbne eller delvist åbne problemstillinger; problemstillingerne kan stamme fra matematik eller andre fag med et betydeligt element af anvendt matematik.

Der afsættes 9 timers undervisningstid til, at eleverne arbejder selvstændigt under vejledning med et centralt stillet forberedelsesmateriale inden for det særligt studerede emne jf. pkt. 2.2. som forberedelse til den skriftlige prøve i matematik B jf. pkt. 4.2.

3.3. It

It og digitale værktøjer, herunder CAS-værktøjer, skal indgå i undervisningen i hensigtsmæssig vekslen mellem brug af digitale værktøjer og "blyant og papir".

De digitale værktøjer, eleverne skal lære at bruge og forventes at have til rådighed ved den skriftlige delprøve 2, skal indeholde faciliteter til visualisering af funktioner, brug af regneark, numerisk løsning og generel symbolmanipulation med CAS. De digitale værktøjer skal understøtte undersøgende og dynamiske aktiviteter vedr. funktioner, geometri og statistik.

3.4. Samspil med andre fag

I undervisningen inddrages elevernes viden og kompetencer fra andre fag, som eleverne hver især har, så de bidrager til perspektivering af emnerne og belysning af fagets anvendelsesorienterede og almindendende sider.

4. Evaluering

4.1. Løbende evaluering

Eleverne skal jævnligt aflevere skriftligt arbejde i form af opgavebesvarelser eller andre typer produkter, der evalueres formativt af læreren med henblik på at fremme den enkelte elevs faglige progression.

Elevernes udbytte af undervisningen skal evalueres løbende, særligt mht. argumentation, problemløsning og modellering. Herved tilvejebringes grundlag for en fremadrettet vejledning af den enkelte elev i arbejdet med at nå de faglige mål og for justering af undervisningen. Udvalgte forløb afsluttes med enten mundtlig fremlæggelse eller skriftlig prøve med henblik på træning af de respektive prøveformer jf. pkt. 4.2.

4.2. Prøveform

Der afholdes en centralt stillet skriftlig prøve og en mundtlig prøve.

Den skriftlige prøve

Der afholdes en skriftlig, todelt prøve på grundlag af et centralt stillet opgavesæt. Prøvens varighed er fire timer.

Det faglige grundlag for opgaverne er det i pkt. 2.2. beskrevne kernestof inkl. det særligt studerede emne, mens andre emner og problemstillinger kan inddrages, idet grundlaget så beskrives i opgaveteksten.

Ved første delprøve må kun en centralt udmeldt formelsamling for niveauet benyttes.

Ved anden delprøve forudsættes, at eksaminanden råder over digitale værktøjer jf. pkt. 3.3.

Den mundtlige prøve

Der afholdes en mundtlig prøve på grundlag af en fortrinsvis teoretisk opgave med fokus på ræsonnement og bevisførelse. I opgaven indgår som hovedregel tillige en regneopgave med relevans for opgavens emne. Eksaminanden forventes at inddrage en løsning af regneopgaven som en del af sin besvarelse af opgaven.

Der stilles i alt mindst 12 forskellige opgaver, som til sammen i al væsentlighed dækker de faglige mål, kernestoffet fraregnet det særligt studerede emne, samt det supplerende stof, heraf mindst et med udgangspunkt i det supplerende stof.

Opgaverne offentliggøres i god tid inden prøven.

Eksaminationstiden er ca. 30 minutter. Der gives ca. 30 minutters forberedelsestid. Prøven består af dels eksaminandens præsentation af sit svar på den udtrukne opgave, dels en uddybende faglig samtale mellem eksaminand og eksaminator med udgangspunkt i det overordnede emne.

4.3. Bedømmelseskriterier

Bedømmelsen er en vurdering af, i hvilken grad eksaminandens præstation opfylder de faglige mål, som de er angivet i pkt. 2.1. I såvel den skriftlige som den mundtlige prøve gives der én karakter ud fra en helhedsbedømmelse af eksaminandens præstation.

Den skriftlige prøve

Ved den skriftlige prøve lægges der vægt på, at eksaminanden

- løser problemer sikkert
- vælger og anvender relevante digitale værktøjer hensigtsmæssigt
- formidler og begrundet indsigter og resultater.

Den mundtlige prøve

Ved den mundtlige prøve lægges der vægt på, at eksaminanden

- demonstrerer indsigt i matematisk teori, argumentation og anvendelse
- formidler matematik klart og dækkende med relevant brug af matematisk symbol- og formelsprog
- gennemfører nødvendige ræsonnementer i forbindelse med problemløsning.

UdKast 1.07

Matematik C - toårigt hf, august 2021**1. Identitet og formål****1.1. Identitet**

Matematik omhandler menneskers udvikling af generelle teorier om abstrakte strukturer med udgangspunkt i antal, form og forandring, inspireret af observationer i natur, samfund eller matematikken selv.

Matematik tilvejebringer et universelt sprog, begrebsapparat og metodesæt, der er uundværligt i beskrivelse og analyse af sammenhænge og struktur i naturvidenskab, teknologi, samfundsvidenskab og kultur. Faget er et dynamisk, kumulativt og deduktivt fag i stadig udvikling fra oldtiden til i dag, båret af menneskelig nysgerrighed og kreativitet, ofte i en vekselvirkning mellem anvendelse og teoribygning.

1.2. Formål

Faget matematik på C-niveau giver eleverne en grundlæggende indsigt i matematisk sprog, begreber og metoder med vægt på almindelsen og som en del af grundlaget for videre uddannelse. Elevernes arbejde med matematik medvirker til at udbygge deres grundlag for at deltage aktivt i et demokratisk samfund.

Gennem arbejdet med faget opnår eleverne grundlæggende kompetencer i matematik, så de kan forstå, gennemføre og formidle simple matematiske ræsonnementer. Eleverne bliver i stand til at behandle enkle problemstillinger og modeller med et matematisk indhold med udgangspunkt i deres omverden, andre faglige sammenhænge eller faget selv.

2. Faglige mål og fagligt indhold**2.1. Faglige mål**

Eleverne skal kunne

- anvende grundlæggende matematiske begreber, teorier og metoder i problemløsning og modellering
- følge og gennemføre enkle matematiske ræsonnementer og beviser
- forstå og anvende matematisk symbol- og formelsprog
- formidle emner med et elementært matematikfagligt indhold mundtligt og skriftligt til en valgt målgruppe
- benytte og oversætte mellem repræsentationer af matematiske objekter
- benytte matematik som middel til at løse enkle problemer inden for faget selv og i relation til omverdenen
- anvende digitale værktøjer til modellering og matematisk problemløsning
- opstille, bearbejde og fortolke enkle eksempler på matematiske modeller til beskrivelse af fænomener inden for forskellige fagområder samt diskutere modellens anvendelse og rækkevidde
- demonstrere viden om fagets identitet og metoder.

2.2. Kernestof

Gennem arbejde med kernestoffet skal eleverne opnå faglig viden og kundskaber, der sætter dem i stand til at arbejde med enkle problemstillinger med et matematikfagligt indhold og anvende faget i uddannelsen og ved videre uddannelse.

Kernestoffet er:

Tal og algebra

- Tallene: Hele, rationale og reelle tal. Regningsarternes hierarki. Simpel algebraisk manipulation. Potens og rod. Ligefrem og omvendt proportionalitet
- Ligninger: Ligningsløsning med algebraiske, grafiske og digitale metoder
- Procent- og rentesregning. Relativ ændring, renteformlen, indekstal.

Geometri og trigonometri

- Trigonometri: Trekanter, herunder ensvinklede og retvinklede trekanter og areal. Pythagoras' sætning. De trigonometriske størrelser sin og cos anvendt på retvinklede trekanter. Konstruktion af vilkårlige trekanter i et dynamisk geometriprogram.

Funktioner

- Funktioner: Funktionsbegrebet, karakteristiske egenskaber ved lineære funktioner, eksponentialfunktioner og potensfunktioner. Grundlæggende egenskaber ved 10-talslogaritmen
- Modellering: Simpel matematisk modellering med anvendelse af ovennævnte funktioner. Regression.

Sandsynlighedsregning og statistik

- Deskriptiv statistik: Beskrivelse og grafisk repræsentation af ugrupperet og grupperet datamateriale, simple statistiske deskriptorer
- Grundlæggende sandsynlighedsregning: Sandsynlighedsfelt, særligt symmetrisk sandsynlighedsfelt. Kombinatorik.

2.3. Supplerende stof

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof, der udfylder ca. 10 pct af undervisningstiden, skal udvide kernestoffet og indeholde nye emner eller metoder og perspektivere kernestoffet.

2.4. Omfang

Det forventede omfang af fagligt stof er normalt svarende til 150-300 sider afhængigt af det valgte undervisningsmateriale.

3. Tilrettelæggelse

3.1. Didaktiske principper

Undervisningen tager udgangspunkt i et fagligt niveau svarende til elevernes niveau fra grundskolen. Eleverne skal gradvis gøres bevidste om de gymnasiale krav i forbindelse med såvel skriftlig som mundtlig matematik.

Undervisningen i matematik tilrettelægges, så målene med de enkelte forløb er tydelige for eleverne, og så eleverne motiveres til at arbejde med faget samtidig med, at deres nysgerrighed og kreativitet stimuleres. Hovedvægten lægges i matematik C på brug af matematik som middel til at beskrive og forstå enkle matematiske sammenhænge, hvor dele af eksempelmaterialet hentes fra elevernes omverden. Eleverne skal i flere hovedområder se eksempler på, hvordan faglige påstande eller sætninger underbygges med bevis eller anden form for sammenhængende argumentation.

Der skal sikres progression i kravene til elevernes selvstændighed mht. argumentation, problemløsning og modellering samt i den faglige fordybelse, herunder i arbejdet med at læse, bearbejde og formidle elementær, matematisk tekst.

Problemløsning er centralt i arbejdet i matematik og skal indgå såvel i undervisningen som i elevernes selvstændige fordybelse i faget. Arbejdet med problemløsning skal tilrettelægges med progression under hensyn til konsolidering af elevernes færdigheder i alle kernestofområder.

Eleverne skal møde eksempler på en undersøgende tilgang til matematiske problemstillinger og modeller, så de får mulighed for selvstændigt at formulere og undersøge formodninger ud fra konkrete eksempler og problemstillinger.

Modellering skal indgå som en væsentlig del af undervisningen i alle emneområder.

Digitale værktøjer, herunder CAS-værktøjer, skal indgå i elevernes arbejde med kernestofområder, hvor det er relevant som værktøj til udvikling af begrebsforståelsen samt til modellering, problemløsning og formidling.

3.2. Arbejdsformer

Undervisningen skal tilrettelægges, så der er variation og progression i de benyttede arbejdsformer under hensyntagen til de mål, der ønskes nået med de enkelte forløb.

Der skal indgå såvel mundtlige som skriftlige arbejdsformer i den daglige undervisning, som gør det muligt for den enkelte elev at udvikle kompetence til, individuelt og i samarbejde med andre, at tilegne sig matematisk indsigt.

Den skriftlige dimension skal medvirke til at sikre fordybelse i faget og omfatte simpel problemløsning, arbejde med matematiske modeller og formidling af matematikfaglig indsigt. Det skriftlige arbejde tilrettelægges med variation i formen, og så der er progression og sammenhæng med skriftligt arbejde i de øvrige fag, eleven har. Progressionen omfatter såvel fordybelsesgraden som kravene til elevernes selvstændige indsats.

Eleverne skal arbejde med mundtlig kommunikation om matematiske emner med særligt henblik på matematisk argumentation og formidling.

3.3. It

It og digitale værktøjer skal indgå i undervisningen i hensigtsmæssig vekslen mellem brug af digitale værktøjer og "blyant og papir".

De digitale værktøjer, eleverne skal lære at bruge og forventes at have til rådighed ved den skriftlige delprøve 2, skal indeholde faciliteter til visualisering af funktioner, brug af regneark, numerisk løsning og generel symbolmanipulation med CAS. De digitale værktøjer skal understøtte undersøgende og dynamiske aktiviteter vedr. funktioner, geometri og statistik.

3.4. Samspil med andre fag

I undervisningen inddrages elevernes viden og kompetencer fra andre fag, som eleverne hver især har, så de bidrager til perspektivering af emnerne og belysning af fagets anvendelsesorienterede og almindendannende sider.

4. Evaluering

4.1. Løbende evaluering

Eleverne skal jævnligt aflevere skriftligt arbejde i form af opgavebesvarelser eller andre typer produkter, der evalueres formativt af læreren med henblik på at fremme den enkelte elevs faglige progression.

Elevernes udbytte af undervisningen skal evalueres løbende, særligt mht. problemløsning og modellering. Herved tilvejebringes grundlag for en fremadrettet vejledning af den enkelte elev i arbejdet med at nå de faglige mål og for justering af undervisningen. Udvalgte forløb afsluttes med enten mundtlig fremlæggelse eller skriftlig prøve med henblik på træning af de respektive prøveformer jf. pkt. 4.2.

For elever, hvor undervisningen helt eller delvist er organiseret som e-learning, vil mundtlige fremlæggelser og evaluering foregå via kommunikation på internettet.

4.2. Prøveform

Der afholdes en centralt stillet skriftlig prøve og en mundtlig prøve.

Den skriftlige prøve

Der afholdes en skriftlig, todelt prøve på grundlag af et centralt stillet opgavesæt. Prøvens varighed er tre timer.

Det faglige grundlag for opgaverne er det i pkt. 2.2. beskrevne kernestof, mens andre emner og problemstillinger kan inddrages, idet grundlaget så beskrives i opgaveteksten.

Ved første delprøve må kun en centralt udmeldt formelsamling for niveauet benyttes.

Ved anden delprøve forudsættes, at eksaminanden råder over digitale værktøjer jf. pkt. 3.3.

Den mundtlige prøve

Der afholdes en mundtlig prøve på grundlag af en bredt formuleret opgave inden for de områder, holdet har arbejdet med. I opgaven indgår som hovedregel tillige en regneopgave med relevans for opgavens emne. Eleven forventes at inddrage en løsning af regneopgaven som en del af sin besvarelse af opgaven.

Der stilles i alt mindst 8 forskellige opgaver, som til sammen i al væsentlighed dækker de faglige mål, kernestoffet og det supplerende stof. Opgaverne offentliggøres i god tid inden prøven.

Eksaminationstiden er ca. 24 minutter. Der gives ca. 24 minutters forberedelsestid. Prøven består af dels eksaminandens præsentation af sit svar på den udtrukne opgave, dels en uddybende faglig samtale mellem eksaminand og eksaminator med udgangspunkt i det overordnede emne.

4.3. Bedømmelseskriterier

Bedømmelsen er en vurdering af, i hvilken grad eksaminandens præstation opfylder de faglige mål, som de er angivet i pkt. 2.1. I såvel den skriftlige som den mundtlige prøve gives der én karakter ud fra en helhedsbedømmelse af eksaminandens præstation.

Den skriftlige prøve

Ved den skriftlige prøve lægges der vægt på, at eksaminanden

- analyserer og løser problemer sikkert
- anvender relevante digitale værktøjer hensigtsmæssigt
- formidler og begrundet indsigt og resultater.

Den mundtlige prøve

Ved den mundtlige prøve lægges der vægt på, at eksaminanden

- demonstrerer indsigt i matematisk teori og anvendelse
- formidler matematik klart og dækkende med relevant brug af matematisk symbol- og formelsprog
- gennemfører enkle ræsonnementer i forbindelse med problemløsning.